

Apa itu Relativitas?

Miftachul Hadi

Applied Mathematics for Biophysics Group

Physics Research Centre, Indonesian Institute of Sciences (LIPI)

Kompleks Puspiptek, Serpong, Tangerang 15314, Banten, Indonesia

E-mail: itpm.indonesia@gmail.com

29 Desember 2008

Daftar Isi

1	Teori Relativitas Khusus	2
1.1	Apa itu Relativitas?	2
1.2	Kerangka Acuan dan Koordinat	3
1.3	Interaksi dan Kecepatan Penjalaran Interaksi	3
1.4	Relativitas Newtonian	5
1.5	Ketiadaan Kerangka Acuan Absolut	7
1.6	Postulat Teori Relativitas Khusus	7
1.7	Invariansi Galileo	9
1.8	Transformasi Lorentz	10
1.9	Konsekuensi Transformasi Lorentz	13
1.10	Penambahan Kecepatan	17
1.11	Variasi Massa dengan Kecepatan	19
1.12	Relasi Massa-Energi	22
1.13	Gaya	25
2	Teori Relativitas Umum	26

Bab 1

Teori Relativitas Khusus

1.1 Apa itu Relativitas?

Relativitas, dalam hal ini adalah *Relativitas Khusus*, atau dikenal juga sebagai *Teori Relativitas Khusus* adalah teori fisika terkait pengukuran di dalam *kerangka acuan inersia*. Teori ini diajukan oleh Albert Einstein dalam karya tulisnya yang berjudul "On the Electrodynamics of Moving Bodies (judul asli: *Zur Elektrodynamik bewegter Korper*)" dan dimuat dalam *Annalen der Physik*, 17, 30 Juni 1905 [1], [2].

Teori ini merupakan bentuk perluasan dari *Prinsip Relativitas Galileo*, menyatakan bahwa seluruh *gerak serba sama* adalah relatif, dan tak ada keadaan diam absolut serta tertentu (tak ada kerangka acuan istimewa). Prinsip Relativitas Khusus menyatakan bahwa, kecepatan cahaya adalah sama untuk seluruh *pengamat inersia* tak peduli keadaan gerak sumber cahaya [1].

Teori ini dinamai "khusus" karena dalam teori ini prinsip relativitas berlaku hanya untuk kerangka acuan inersia. Albert Einstein, pada perkembangan selanjutnya juga mengembangkan Relativitas Umum, dimana prinsip relativitas berlaku untuk sembarang kerangka acuan, tak hanya untuk kerangka acuan inersia [1].

Relativitas Khusus memiliki konsekuensi yang terbukti secara eksperimen, antara lain meliputi kontraksi panjang, dilasi waktu, berlawanan dengan ide klasik yang menyatakan bahwa selang waktu antara dua peristiwa adalah sama untuk semua penga-

mat.

Prediksi Relativitas Khusus bersesuaian dengan mekanika klasik, khususnya dalam eksperimen dimana kecepatan objek adalah kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya.

1.2 Kerangka Acuan dan Koordinat

Kerangka acuan diperlukan untuk mendeskripsikan proses-proses yang terjadi di alam. Dengan menggunakan kerangka acuan maka dapat dipahami sistem koordinat yang menunjukkan posisi suatu partikel di ruang, sebagaimana jam yang ditetapkan dalam sistem ini menunjukkan waktu [3].

Terdapat kerangka acuan dimana *benda bergerak bebas*, yakni benda yang bergerak tak dipengaruhi oleh gaya luar, bergerak dengan kecepatan tetap. Kerangka acuan demikian disebut *kerangka acuan inersia*.

Jika dua kerangka acuan bergerak serba sama relatif terhadap satu sama lain, dan jika salah satu darinya adalah kerangka acuan inersia, maka yang lain adalah juga kerangka acuan inersia (dalam sistem ini, setiap gerak bebas adalah linier dan serba sama).

Prinsip relativitas khusus menyatakan bahwa, seluruh hukum alam adalah identik dalam sistem kerangka acuan inersia. Yakni, persamaan-persamaan yang menyatakan hukum-hukum alam adalah invarian berhubungan dengan transformasi koordinat dan waktu dari satu sistem kerangka acuan inersia terhadap sistem kerangka acuan inersia yang lain. Hal ini berarti, persamaan yang mendeskripsikan sembarang hukum alam, ketika ditulis dalam hubungannya dengan koordinat dan waktu dalam sistem kerangka acuan inersia yang berbeda memiliki bentuk yang sama [1].

1.3 Interaksi dan Kecepatan Penjalaran Interaksi

Interaksi partikel-partikel materi dideskripsikan dalam mekanika dengan menggunakan energi potensial interaksi sebagai fungsi koordinat partikel-partikel yang berin-

teraksi. Interaksi dideskripsikan dengan asumsi bahwa penjalaran interaksi terjadi seketika. Gaya yang dikerahkan terhadap tiap-tiap partikel oleh partikel lain pada waktu sesaat gayut posisi partikel pada saat itu [3].

Perubahan posisi sembarang partikel yang berinteraksi mempengaruhi partikel lain dengan segera. Namun, eksperimen menunjukkan bahwa di alam tak ada interaksi seketika. Jadi, mekanika yang berbasis pada asumsi penjalaran interaksi seketika memiliki ketidakakuratan tertentu. Kenyataannya, jika sembarang perubahan terjadi di salah satu partikel yang berinteraksi maka perubahan itu mempengaruhi partikel lain hanya setelah selang interval waktu tertentu. Yakni, setelah interval waktu ini, proses yang disebabkan oleh perubahan awal mulai terjadi di partikel kedua. Pembagian jarak antara dua partikel yang berinteraksi dengan interval waktu ini, diperoleh *kecepatan penjalaran interaksi*.

Kecepatan penjalaran interaksi adalah juga kecepatan maksimum penjalaran interaksi. Keberadaan kecepatan maksimum penjalaran interaksi mengimplikasikan bahwa pada saat yang sama gerak partikel dengan kecepatan yang lebih besar dibanding kecepatan maksimum penjalaran interaksi secara umum tidak mungkin terjadi.

Penjalaran interaksi dari satu partikel menuju partikel lain seringkali disebut *sinyal* yang dikirim oleh partikel pertama dan memberitahukan ke partikel kedua tentang perubahan yang terjadi di partikel pertama. Kecepatan penjalaran interaksi juga disebut *kecepatan sinyal*.

Prinsip relativitas memberlakukan kecepatan penjalaran interaksi adalah sama dalam seluruh sistem kerangka acuan inersia. Kecepatan penjalaran interaksi adalah konstanta universal. Kecepatan konstan ini adalah juga kecepatan cahaya di ruang hampa ($c = 2,998 \cdot 10^{10}$ cm/detik). Nilai kecepatan cahaya yang besar menjelaskan fakta bahwa dalam praktek, mekanika klasik cukup akurat untuk banyak kasus.

Kombinasi prinsip relativitas dengan nilai kecepatan penjalaran interaksi yang terbatas disebut Prinsip Relativitas Einstein berlawanan dengan Prinsip Relativitas Galileo yang didasarkan pada nilai tak terbatas kecepatan penjalaran interaksi. Mekanika klasik memberlakukan *jarak relatif*, yakni hubungan ruang antara peristiwa-peristiwa

berbeda gayut pada sistem kerangka acuan yang digunakan untuk mendeskripsikan peristiwa tersebut. Sedangkan waktu adalah absolut, yakni sifat-sifat waktu diasumsikan tak gayut sistem kerangka acuan; terdapat satu waktu untuk seluruh kerangka acuan. Ide waktu absolut adalah kontradiktif dengan Prinsip Relativitas Einstein (percobaan Michelson-Morley).

Teori Relativitas Khusus gayut pada kerangka acuan. Kerangka acuan adalah sisi pengamatan pengamat dalam ruang pada keadaan diam atau bergerak serba sama, dimana posisi dapat diukur bersama dengan tiga sumbu ruang. Sebagai tambahan, suatu kerangka acuan memiliki kemampuan untuk menentukan pengukuran waktu dari suatu peristiwa menggunakan "jam" (sembarang perangkat acuan dengan periodisitas serba sama).

Peristiwa adalah kejadian yang dapat ditentukan oleh waktu dan lokasi unik tunggal dalam ruang relatif terhadap kerangka acuan: ia disebut "titik" dalam ruang-waktu. Kecepatan cahaya adalah konstan dalam relativitas dalam tiap-tiap dan setiap kerangka acuan, sehingga pulsa cahaya dapat digunakan untuk mengukur jarak dan menghubungkan waktu peristiwa terjadi dengan jam, sungguh pun cahaya mengambil waktu untuk mencapai jam setelah peristiwa berlangsung.

Sebagai contoh, ledakan petasan dapat ditinjau sebagai "peristiwa". Peristiwa dapat diperinci dengan menggunakan empat koordinat ruang-waktu: waktu kejadian dan lokasi ruang tiga dimensinya mendefinisikan *titik acuan*.

1.4 Relativitas Newtonian

Fenomena "gerak" telah menjadi bidang minat utama sejak peradaban manusia bermula. Meskipun dikenali bahwa gerak benda mencangkup perpindahannya relatif terhadap sesuatu, Newton berargumentasi bahwa "gerak absolut adalah translasi suatu benda dari satu tempat absolut ke tempat absolut yang lain". Namun, apa yang dimaksud dengan "tempat absolut"? Pertanyaan ini tak pernah terjawab. Newton menyatakan secara eksplisit bahwa "gerak translasi dapat dideteksi hanya dalam ben-

tuk gerak relatif terhadap benda yang lain” [5].

Gerak mencakup perjalanan waktu. Menurut Newton, ”keabsolutan”, dan waktu, sesuai dengan sifat alamiahnya, mengalir serba sama, tanpa mempedulikan sesuatu yang berada di luar. Jadi, skala waktu adalah valid dimana pun.

Jenis relativitas yang disebut dalam pernyataan di atas disebut *Relativitas Newtonian*. Kita akan menyatakannya dalam bahasa matematika. Misalkan kita menyatakan posisi titik dalam vektor posisi $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$ dan misalkan t menyatakan waktu. Maka, \mathbf{r} dan t menyatakan posisi dan saat dimana suatu peristiwa terjadi. Untuk menyatakan vektor posisi \mathbf{r} , bagaimana pun, kita memerlukan beberapa kerangka acuan materi. Dengan cara yang sama, untuk menyatakan saat t kita harus memiliki beberapa proses acuan, semisal gerak bumi. Waktu dapat dinyatakan dengan menyatakan tahapan-tahapan proses acuan tersebut berlanjut.

Kerangka acuan inersia adalah salah satu kerangka acuan dimana hukum gerak Newton, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ adalah tak berubah (invarian). Jadi, sembarang kerangka acuan yang ditetapkan dalam ruang atau sembarang kerangka acuan lain yang bergerak dengan kecepatan serba sama terhadap kerangka acuan terdahulu adalah kerangka acuan inersia.

Jika K dan K' adalah dua kerangka acuan dalam gerak translasi serba sama terhadap satu sama lain, kita peroleh persamaan transformasi

$$\begin{aligned}\mathbf{r}' &= \mathbf{r} - \mathbf{v}t \\ t' &= t.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Kecepatan dan percepatan diberikan oleh

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}}' &= \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{v} \\ \ddot{\mathbf{r}}' &= \ddot{\mathbf{r}}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Dari persamaan di atas, nampak jelas bahwa kecepatan partikel berbeda dalam dua sistem yang berbeda. Transformasi di atas disebut *transformasi Galileo* [5].

1.5 Ketiadaan Kerangka Acuan Absolut

Di akhir abad ke 19, keberadaan gelombang elektromagnetik membawa alam pikiran fisikawan untuk mengasumsikan bahwa alam semesta terisi oleh substansi yang dikenal sebagai "eter". Eter tersebut berperilaku sebagai medium gelombang, atau vibrasi untuk menjalar. Eter dianggap sebagai kerangka acuan absolut [1].

Dengan kata lain, eter adalah sesuatu yang tetap atau tak bergerak. Eter diduga memiliki sifat elastis, sehingga ia mampu mengemban gelombang elektromagnetik. Eter juga bersifat "tak menahan" terhadap sesuatu yang melewatinya.

Hasil berbagai eksperimen, mencangkup eksperimen Michelson-Morley, menunjukkan bahwa Bumi selalu "stasioner" relatif terhadap eter - karena Bumi berada dalam orbit mengelilingi Matahari.

Einstein, dalam Teori Relativitas Khusus, menghilangkan ide eter dan keadaan di-*am* absolut. Teori Relativitas Khusus diformulasikan sedemikian sehingga, sembarang kerangka acuan yang bergerak serba sama akan mengamati hukum fisika yang sama. Secara khusus, kecepatan cahaya dalam vakum selalu terukur sebagai c , bahkan ketika diukur oleh sistem ganda yang bergerak dengan kecepatan konstan yang berbeda [1].

1.6 Postulat Teori Relativitas Khusus

Teori Relativitas Khusus berkaitan dengan soal yang mencangkup kerangka acuan inersia. Kerangka acuan inersia yang kita maksud adalah kerangka acuan dimana hukum inersia berlaku. Kerangka acuan inersia bergerak dengan kecepatan serba sama terhadap kerangka acuan inersia yang lain. Teori Relativitas Umum, yang diajukan oleh Einstein pada tahun 1915, berkaitan dengan soal yang mencangkup kerangka acuan yang dipercepat terhadap kerangka acuan inersia yang lain [5].

Teori Relativitas Khusus berbasiskan pada postulat berikut [4, 5, 7]:

1. Hukum-hukum fisika seharusnya dapat dinyatakan dalam persamaan-persamaan yang memiliki bentuk yang sama dalam seluruh kerangka acuan yang bergerak dengan kecepatan serba sama terhadap kerangka acuan yang lain.

2. Kecepatan cahaya dalam ruang vakum ke segala arah memiliki nilai yang sama untuk seluruh pengamat tak peduli keadaan gerak pengamat maupun sumber cahaya.

Prinsip Relativitas Khusus menyatakan, jika sistem koordinat K dipilih sehingga, dalam hubungan dengannya hukum fisika tetap berlaku, maka hukum yang sama tetap berlaku dalam hubungannya dengan sembarang sistem koordinat lain K' yang bergerak translasi serba sama relatif terhadap K .

Penurunan relativitas khusus gayut tak hanya pada dua postulat eksplisit tersebut di atas, namun juga pada beberapa asumsi implisit, mencakup isotropi dan homogenitas ruang.

Postulat pertama, yang Einstein sebut sebagai *Prinsip Relativitas*, adalah basis fundamental untuk Teori Relativitas Khusus. Postulat pertama dinyatakan karena tidak ada kerangka acuan universal sebagai kerangka acuan mutlak. Jika hukum-hukum fisika berbeda untuk pengamat dalam gerak serba sama relatif terhadap kerangka acuan yang lain, perbedaan ini akan memungkinkan kita untuk menentukan objek yang "diam" dalam ruang dan objek yang "bergerak". Namun, kerangka acuan universal demikian tidak ada dan kita tak dapat menyatakan perbedaan demikian dalam hukum-hukum fisika [5].

Postulat kedua adalah hukum penjalaran cahaya. Persamaan Maxwell memprediksi kecepatan cahaya dalam ruang vakum adalah c , dan Einstein meyakini bahwa kecepatan cahaya, c , berlaku dalam seluruh kerangka acuan inersia [4]. Postulat kedua mengikuti secara langsung hasil negatif eksperimen Michelson-Morley dan banyak eksperimen lain yang dilakukan untuk tujuan yang sama [5]. Postulat kedua memiliki konsekuensi bahwa, penjumlahan kecepatan tidak berlaku untuk cahaya. Kecepatan, waktu, panjang dan massa benda bersifat relatif [7].

Dalam bahasan Relativitas ini, kita batasi untuk kasus Relativitas Khusus, dimana kita meninjau hanya kerangka acuan inersia, yakni kerangka acuan yang bergerak serba sama terhadap kerangka acuan yang lain. Perlakuan yang lebih umum dari kerangka acuan yang dipercepat adalah subjek Teori Relativitas Umum.

1.7 Invariansi Galileo

Dalam mekanika Newtonian, konsep ruang dan waktu adalah terpisah. Waktu diasumsikan sebagai kuantitas absolut yang tak gayut kerangka acuan [4].

Tinjau dua kerangka acuan inersia K dan K' , yang bergerak sepanjang sumbu x_1 dan x'_1 dengan kecepatan relatif serba sama v . Transformasi koordinat suatu titik dari satu sistem kerangka acuan ke sistem kerangka acuan yang lain memiliki bentuk

$$\begin{aligned}x'_1 &= x_1 - vt \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3 \\t' &= t.\end{aligned}\tag{1.3}$$

Persamaan (1.3) mendefinisikan *transformasi Galileo*.

Fakta bahwa hukum Newton adalah invarian terhadap transformasi Galileo disebut sebagai *Prinsip Relativitas Newton* atau *Invariansi Galileo*. Persamaan gerak Newton dalam dua sistem adalah

$$F_j = m\ddot{x}_j = m\ddot{x}'_j = F'_j.\tag{1.4}$$

Bentuk hukum gerak adalah invarian terhadap transformasi Galileo.

Apakah transformasi Galileo konsisten dengan postulat kedua?

Tinjau pulsa cahaya yang memancar dari bola lampu yang ditempatkan dalam kerangka K' . Transformasi kecepatan dilakukan dengan menggunakan persamaan (1.3), dimana kita meninjau pulsa cahaya menjalar sepanjang sumbu x_1 :

$$\dot{x}'_1 = \dot{x}_1 - v.\tag{1.5}$$

Dalam sistem K' , kecepatan diukur sebagai $\dot{x}'_1 = c$, sehingga persamaan (1.5) mengindikasikan kecepatan pulsa cahaya menjadi $\dot{x}_1 = \dot{x}'_1 + v = c + v$, dengan jelas melanggar postulat kedua [4].

1.8 Transformasi Lorentz

Kita tulis kembali transformasi Lorentz. Jika gerak sistem kerangka acuan K' terhadap sistem kerangka acuan K sepanjang hanya sumbu x , maka persamaan yang menghubungkannya dapat ditulis sebagai [5]

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t \quad (1.6)$$

Jika ditulis dalam bentuk komponennya, diperoleh

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Lebih lanjut, karena kita tidak mengalami sesuatu yang berlawanan, kita mengasumsikan bahwa

$$t' = t. \quad (1.8)$$

Jika kecepatan diukur dalam sistem K dan kita berharap untuk memperoleh komponen kecepatan dalam sistem K' dalam bentuk sebagaimana dalam sistem K , kita dapat menulis

$$\begin{aligned} V'_x &= \frac{dx'}{dt} = V_x - v \\ V'_y &= \frac{dy'}{dt} = V_y \\ V'_z &= \frac{dz'}{dt} = V_z. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Apakah transformasi kecepatan yang diperoleh dalam persamaan (1.9) konsisten dengan postulat Teori Relativitas Khusus?

Jika kecepatan cahaya dalam kerangka K adalah c , maka dalam kerangka K' akan menjadi $c' = c - v$. Oleh karena itu, diperlukan persamaan transformasi yang berbeda jika Postulat Teori Relativitas Khusus dipenuhi. Persamaan transformasi ini, disebut *transformasi Lorentz*, dikembangkan sebagai berikut:

Marilah kita asumsikan bahwa hubungan yang mungkin antara x dan x' adalah

$$x' = k(x - vt) \quad (1.10)$$

dimana k adalah konstanta kesebandingan yang tak gayut x dan t , namun ia mungkin merupakan fungsi v . Dalam pemilihan hubungan antara x dan x' dalam bentuk yang dinyatakan dalam persamaan (1.10) hal-hal berikut berlaku:

- (i) hubungan adalah linier dalam x dan x' . Oleh karena itu, suatu peristiwa tunggal dalam kerangka acuan K berhubungan dengan peristiwa tunggal dalam kerangka acuan K' .
- (ii) Hubungan tersebut mudah direduksi ke bentuk $x' = x - vt$ yang diketahui adalah benar dalam mekanika Newtonian jika $k = 1$ ketika $v \ll c$.

Hubungan terbalik akan ditulis sebagai

$$x = k'(x' + vt') \quad (1.11)$$

dimana kuantitas prima ($'$) diganti dengan kuantitas tanpa prima dan kebalikannya serta v dengan $-v$. Hubungan lain akan menjadi seperti sebelumnya

$$\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Sedangkan, waktu t tidak sama dengan t' . Untuk membuktikan hal ini, marilah kita mensubstitusikan nilai x' dari persamaan (1.10) ke persamaan (1.11), diperoleh

$$\begin{aligned} x &= kk'(x - vt) + k'vt' \\ t' &= kt + \left(\frac{1 - kk'}{k'v} \right) x. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Untuk menentukan nilai k dan k' kita menggunakan postulat kedua Teori Khusus Relativitas.

Misalkan pada $t = 0$, titik asal dari dua sistem kerangka acuan K dan K' berimpitan satu sama lain. Misalkan waktu yang berhubungan adalah $t' = 0$. Anggaplah bahwa sinyal cahaya dipancarkan dari titik asal K dan K' pada $t = t' = 0$. Sinyal yang menjalar dalam dua sistem kerangka acuan memenuhi persamaan

$$\begin{aligned} x &= ct \\ x' &= ct' \end{aligned} \quad (1.14)$$

dalam sistem K dan K' berturut-turut.

Substitusikan nilai x' dari persamaan (1.10) dan t' dari persamaan (1.13) ke dalam persamaan (1.14), kita peroleh

$$k(x - vt) = ckt + \left(\frac{1 - kk'}{k'v} \right) cx. \quad (1.15)$$

Oleh karena itu,

$$x = ct \left[\frac{1 + v/c}{1 - \left\{ \frac{1}{kk'} - 1 \right\} \frac{c}{v}} \right] \quad (1.16)$$

Bandingkan persamaan (1.16) dengan persamaan (1.14), kita peroleh

$$\begin{aligned} \frac{1 + v/c}{1 - \left\{ \frac{1}{kk'} - 1 \right\} \frac{c}{v}} &= 1 \\ \sqrt{kk'} &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Sekarang kk' gayut pada v^2 dan tak gayut pada v , kecepatan relatif K' terhadap K . Faktanya, kita tak dapat memilih antara dua kerangka acuan K dan K' kecuali untuk menandai v yang tidak mempengaruhi kegayutan kk' . Oleh karena itu, kita memilih

$$k = k' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Substitusikan nilai-nilai ini dalam persamaan (1.10) dan (1.13), kita peroleh

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Persamaan (1.18) disebut *transformasi Lorentz*. Transformasi Lorentz kebalikan dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Dari persamaan transformasi Lorentz, ditemukan bahwa pengukuran posisi dan waktu gayut pada kerangka acuan pengamat. Persamaan transformasi Lorentz mereduksi ke transformasi Galileo ketika kecepatan relatif v sangat kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya. Oleh karena itu, sifat khas Teori Relativitas Khusus akan teramati hanya ketika kecepatan v secara praktis dapat dibandingkan dengan kecepatan cahaya [5].

1.9 Konsekuensi Transformasi Lorentz

Einstein menyatakan bahwa seluruh konsekuensi relativitas khusus dapat diturunkan dari pengujian transformasi Lorentz [1]. Transformasi Lorentz memiliki konsekuensi-konsekuensi penting, diantaranya [5]

a. Relativitas Keserempakan.

Salah satu konsekuensi terpenting sifat relatif ruang dan waktu adalah bahwa keserempakan bersifat relatif. Peristiwa-peristiwa yang terjadi secara serempak terhadap satu pengamat tidak serempak bagi pengamat lain dalam gerak relatif dan sebaliknya.

Anggap dua peristiwa terjadi pada saat yang sama di dua posisi berbeda x_1 dan x_2 , dalam kerangka acuan K . Pengamat lain dalam kerangka acuan K' yang bergerak relatif terhadap K akan mengukur waktu terjadinya dua peristiwa sebagai

$$\begin{aligned} t'_1 &= \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ t'_2 &= \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \tag{1.20}$$

Jadi, pengamat dalam kerangka acuan K' yang bergerak menyimpulkan bahwa dua peristiwa tidak serempak. Faktanya, terdapat selang waktu antara dua peristiwa

$$t'_2 - t'_1 = \frac{v(x_1 - x_2)/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{1.21}$$

Karena keserempakan peristiwa adalah relatif, teori fisika yang mencakup keserempakan peristiwa pada posisi berbeda harus dimodifikasi [5].

b. Kontraksi Panjang Lorentz-FitzGerald.

Misalkan sebuah batang ditempatkan sepanjang sumbu x' dalam kerangka acuan K' bergerak dengan kecepatan v terhadap K . Pengamat dalam kerangka acuan K' dalam keadaan diam terhadap K' dan oleh karena itu dalam keadaan diam terhadap batang atau batang pada keadaan diam relatif terhadap pengamat. Panjang batang L_0 diukur oleh pengamat tersebut dinyatakan sebagai

$$L_0 = x'_2 - x'_1 \quad (1.22)$$

dimana x'_2 dan x'_1 adalah koordinat ujung-ujung batang. Jadi, L_0 adalah panjang batang dalam kerangka acuan dimana batang dalam keadaan diam.

Sekarang, marilah kita mengukur panjang batang L dalam sistem kerangka acuan K relatif terhadap batang dalam keadaan gerak dengan kecepatan v . Persamaan transformasi Lorentz memberikan

$$\begin{aligned} x'_1 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ x'_2 &= \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Oleh karena itu, kita peroleh

$$L_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (1.24)$$

Namun, $x_2 - x_1 = L$, panjang batang yang diukur dalam kerangka K . Di sini, t_2 dan t_1 adalah waktu dimana koordinat batang x_2 dan x_1 diukur. Karena pengukuran seharusnya serempak dalam kerangka K untuk menentukan panjang batang, kita memiliki $t_2 = t_1$. Oleh karena itu,

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ L &= L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \end{aligned} \quad (1.25)$$

yakni, panjang batang yang bergerak terhadap pengamat terukur lebih pendek dibandingkan dengan panjang batang dalam keadaan diam terhadap pengamat. Fenomena ini disebut *kontraksi Lorentz-FitzGerald*.

Contoh kontraksi panjang:

Pengamatan terhadap muon mendukung fenomena kontraksi panjang. Meson μ diketahui dihasilkan dalam jumlah besar sebagai hasil interaksi partikel sinar kosmis dengan gas pada lapisan atas atmosfer, yakni pada ketinggian 10 hingga 20 kilometer. Meson μ ini meluruh menjadi elektron dan memiliki waktu hidup rata-rata 2×10^{-16} detik dan kecepatan $2,994 \times 10^8$ meter/detik ($= 0,998c$). Namun, meson μ akan dapat menempuh jarak $(2 \times 10^{-16} \text{ detik}) \times (2,994 \times 10^8 \text{ meter/detik}) \cong 600$ meter dalam waktu hidupnya. Akan tetapi, beberapa meson μ ditemukan mencapai permukaan bumi setelah menempuh jarak sejauh 10 kilometer.

Untuk menjelaskan paradoks meson ini, kita menggunakan relasi

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

dimana L adalah jarak yang ditempuh oleh meson dalam kerangka acuannya sendiri yang bergerak dengan kecepatan $0,998c$ sebelum meluruh. Jadi, $L = 600$ meter. Jarak L_0 berhubungan dengan kerangka acuan kita dan dinyatakan oleh relasi

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{600}{\sqrt{1 - (0,998)^2}} \\ &\cong 9500 \text{ meter} \end{aligned}$$

Oleh karena itu, meskipun memiliki waktu hidup yang pendek, meson μ mampu mencapai bumi dari ketinggian dimana meson μ tercipta.

c. Dilasi Waktu.

Tinjau jam yang ditempatkan pada posisi x' dalam kerangka acuan K' yang berg-

erak. Anggaplah bahwa t'_1 dan t'_2 adalah dua waktu yang direkam oleh pengamat dalam kerangka acuan K' . Interval waktu diukur oleh pengamat tersebut diberikan oleh [5]

$$t_0 = t'_2 - t'_1. \quad (1.26)$$

Pengamat dalam kerangka acuan K mengukur waktu ini sebagai

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{t'_1 + \frac{vx'_1}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ t_2 &= \frac{t'_2 + \frac{vx'_2}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Jadi, interval waktu menurut pengamat dalam kerangka K adalah

$$\begin{aligned} t &= t_2 - t_1 \\ &= \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (1.28)$$

atau,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (1.29)$$

Karena, $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ adalah pecahan, kita menyimpulkan bahwa jam mengukur interval waktu lebih panjang antara peristiwa-peristiwa yang terjadi dalam kerangka acuannya sendiri dibandingkan dengan interval waktu yang diukur oleh jam dalam kerangka acuan yang bergerak relatif terhadapnya. Dalam kata lain, bagi pengamat yang bergerak relatif terhadap jam, interval waktu terukur lebih panjang. Fenomena ini disebut *dilasi waktu*. Karena, persamaan (1.29) mencangkup faktor v^2 , opini pengamat akan timbal balik.

Meskipun waktu adalah kuantitas relatif, kita dapat mengamati fenomena berikut:

- i. Waktu tidak "mengalir" mundur untuk semua pengamat. Urutan peristiwa dalam deret peristiwa tak pernah berubah untuk semua pengamat. Interval waktu antara dua peristiwa bisa jadi berbeda.
- ii. Tak ada pengamat yang dapat melihat suatu peristiwa sebelum peristiwa tersebut terjadi.

d. Ekuivalensi massa dan energi, $E = mc^2$.

Energi suatu objek pada keadaan diam dengan massa m sama dengan mc^2 . Kekekalan energi mengimplikasikan bahwa dalam sembarang reaksi, penurunan massa partikel harus disertai dengan kenaikan energi kinetik dari partikel setelah reaksi [1].

1.10 Penambahan Kecepatan

Tinjau suatu benda yang bergerak terhadap kedua kerangka acuan K dan K' . Pengamat dalam kerangka acuan K mengukur komponen kecepatan benda, V , sebagai [5]

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad V_z = \frac{dz}{dt}. \quad (1.30)$$

Pengamat dalam kerangka acuan K' mengukur kecepatan benda, V' , sebagai berikut

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad V'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad V'_z = \frac{dz'}{dt'}. \quad (1.31)$$

Dari persamaan transformasi Lorentz (1.18), kita dapat menulis

$$\begin{aligned} dx' &= \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ dy' &= dy \\ dz' &= dz \\ dt' &= \frac{dt - \frac{vdx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ V'_x &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - v\frac{dx}{c^2}} \\ &= \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} \\ V'_x &= \frac{V_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} V_x}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Komponen y dari kecepatan akan dihubungkan oleh persamaan

$$\begin{aligned}
 V'_y &= \frac{dy'}{dt'} \\
 &= \frac{dy}{\left(dt - v\frac{dx}{c^2}\right) / \sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
 &= \frac{dy\sqrt{1 - v^2/c^2}}{dt - v\frac{dx}{c^2}} \\
 &= \frac{V_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{vV_x}{c^2}}.
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Dengan cara yang sama, kita dapat menulis hubungan antara komponen z dari kecepatan sebagai

$$V'_z = \frac{V_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{vV_x}{c^2}}. \tag{1.34}$$

Persamaan (1.32) hingga (1.34) memenuhi persamaan transformasi relativistik untuk kecepatan. Jika kecepatan relatif K' terhadap K , yakni, v diabaikan dalam bandingannya dengan kecepatan cahaya, persamaan ini mereduksi ke pernyataan klasik yang dinyatakan dalam persamaan (1.9). Hubungan transformasi kebalikan dari persamaan (1.32), (1.33), dan (1.34) adalah

$$\begin{aligned}
 V_x &= \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \\
 V_y &= \frac{V'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \\
 V_z &= \frac{V'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}.
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Anggap bahwa $V'_x = c$. Hal ini berarti bahwa cahaya diemisikan dalam kerangka acuan bergerak K' dalam arah yang sama sebagaimana geraknya terhadap sistem K . Maka, seorang pengamat dalam sistem K akan mengukur kecepatan ini sebagai

$$\begin{aligned}
 V_x &= \frac{V'_x + c}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \\
 &= \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}} \\
 &= c
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

Hasil ini, persamaan (1.36) konsisten dengan Postulat Teori Relativitas Khusus.

Kita akan tiba pada kesimpulan yang sama jika kita memulai dengan $V_x = c$ dan menggunakan persamaan (1.32) untuk menghitung V'_x . Anggaplah bahwa roket bergerak dengan kecepatan $0,9c$ terhadap bumi dalam arah tertentu. Kita berharap untuk menyusulnya dengan kecepatan lebih dari $0,9c$ dengan penambahan $0,4c$. Maka, menurut fisika klasik, kita harus bergerak dengan kecepatan $1,3c$ terhadap bumi. Jadi, kecepatan kita harus lebih besar dibanding kecepatan cahaya. Ini kontradiksi.

Teori Relativitas Khusus menyediakan petunjuk. Misalkan kecepatan roket adalah $v = 0,9c$ dalam kerangka acuan K' terhadap bumi dalam kerangka acuan K . Maka, $V'_x = 0,4c$ adalah kecepatan roket terhadap kerangka acuan K' . Secara alami, kecepatan kita terhadap bumi diberikan oleh

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} \\ &= \frac{0,4c + 0,9c}{1 + \frac{0,4c \times 0,9c}{c^2}} \\ &= \frac{1,3}{1,36}c = 0,977c \end{aligned}$$

lebih kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya.

1.11 Variasi Massa dengan Kecepatan

Dalam mekanika nonrelativistik, massa inersia m diberikan oleh, katakanlah, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ adalah konstan. Bagaimana hasil pengukuran massa dalam mekanika relativistik? Apakah hukum mekanika relativistik mereduksi ke mekanika klasik ketika kecepatan partikel adalah sangat kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya ($v \ll c$)? Asumsikan bahwa massa gayut pada kecepatan, yakni, $m \equiv m(u)$ dan ketika $u = 0$, $m =$ massa diam partikel. Untuk menentukan kegayutan massa pada kecepatan, tinjau tumbukan antara dua benda dan asumsikan (i) hukum kekekalan momentum, dan (ii) kekekalan massa relativistik partikel adalah valid.

Tinjau dua benda masing-masing bermassa m' bergerak dalam arah berlawanan sepanjang sumbu x' dengan kecepatan u' dan $-u'$ sebagaimana diamati dari kerangka acuan K' . Misalkan kedua benda ini bertumbukan dan kemudian bersatu. Benda yang

bersatu dengan cara demikian akan berada pada posisi diam menurut hukum kekekalan momentum terhadap sistem K' .

Jika tumbukan dua benda diamati dari kerangka acuan K , kecepatan dua benda sebagaimana diamati dari kerangka acuan K diberikan oleh

$$u_1 = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad (1.37)$$

dan

$$u_2 = \frac{-u' + v}{1 - \frac{u'v}{c^2}} \quad (1.38)$$

dimana u_1 dan u_2 adalah kecepatan sepanjang sumbu x . Di sini, kita telah menggunakan hukum relativistik untuk penambahan kecepatan. Misalkan m_1 dan m_2 adalah massa dua benda terhadap kerangka acuan K . Maka, benda yang terbentuk ketika dua benda bersatu memiliki massa $(m_1 + m_2)$ menurut hukum kekekalan massa dan ia bergerak dengan kecepatan v sepanjang sumbu x terhadap K . Catat bahwa benda ini dalam keadaan diam terhadap K' . Maka, menurut hukum kekekalan momentum, kita dapat menulis

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2)v \quad (1.39)$$

yakni,

$$m_1 \left[\frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \right] + m_2 \left[\frac{-u' + v}{1 - \frac{u'v}{c^2}} \right] = (m_1 + m_2)v. \quad (1.40)$$

Bagi persamaan di atas dengan m_2 dan sederhanakan, kita peroleh

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \frac{u'v}{c^2}}{1 - \frac{u'v}{c^2}}. \quad (1.41)$$

Sekarang tinjau faktor $\left(1 - \frac{u_1^2}{c^2}\right)$. Substitusikan nilai u_1 sebagaimana diberikan dalam

persamaan (1.37), kita peroleh

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{u_1^2}{c^2} &= 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \right)^2 \\
 &= \frac{c^2 \left(1 + \frac{u'v}{c^2} \right)^2 - (u' + v)^2}{c^2 \left(1 + \frac{u'v}{c^2} \right)^2} \\
 &= \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) (c^2 - u'^2)}{c^2 \left(1 + \frac{u'v}{c^2} \right)^2} \\
 &= \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{u'^2}{c^2} \right)}{\left(1 + \frac{u'v}{c^2} \right)^2}
 \end{aligned} \tag{1.42}$$

Oleh karena itu,

$$\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{u'^2}{c^2} \right)}}{\left(1 + \frac{u'v}{c^2} \right)} \tag{1.43}$$

atau,

$$\left(1 + \frac{u'v}{c^2} \right) = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{u'^2}{c^2} \right)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{u_1^2}{c^2} \right)}}. \tag{1.44}$$

Dengan cara yang sama,

$$\left(1 - \frac{u'v}{c^2} \right) = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{u'^2}{c^2} \right)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{u_2^2}{c^2} \right)}} \tag{1.45}$$

Substitusikan nilai-nilai ini ke dalam persamaan (1.41), kita peroleh

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{1 - u_2^2/c^2}}{\sqrt{1 - u_1^2/c^2}}. \tag{1.46}$$

Jika kecepatan benda kedua sebagaimana teramati terhadap K adalah nol, yakni $u_2 = 0$, maka massa m_2 dapat dinyatakan dengan m_0 . Simbol m_0 menyatakan massa benda ketika ia dalam keadaan diam terhadap kerangka acuan yang digunakan. Misalnya, $u_1 = v$, yakni kecepatan benda pertama terhadap K adalah v . Kita dapat menulis $m_1 = m$. Maka, persamaan (1.46) menjadi

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{1.47}$$

atau,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{1.48}$$

Kombinasikan kedua efek kontraksi panjang dan variasi massa, kita menyimpulkan bahwa, diukur dari bumi, panjang roket dalam keadaan bergerak adalah lebih pendek sementara massanya adalah lebih besar. Akan tetapi, efek-efek ini adalah sangat kecil, karena kecepatan yang diperoleh roket dianggap kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya [5].

Momentum didefinisikan sebagai

$$mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1.49)$$

dan momentum adalah juga kekal dalam teori relativitas.

Hukum kedua Newton sekarang memiliki bentuk

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right). \quad (1.50)$$

Persamaan di atas dengan pasti tidak sama dengan persamaan berikut

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dv}{dt} \quad (1.51)$$

dimana massa diberikan oleh persamaan (1.48). Hal ini dikarenakan

$$\frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}. \quad (1.52)$$

Suku $v \frac{dm}{dt}$ tidak lenyap sebagaimana m bervariasi dengan kecepatan dan jika kecepatan, pada gilirannya, bervariasi dengan waktu. Variasi massa dengan kecepatan menjadi cukup signifikan pada nilai v yang tinggi. Sebagai contoh, massa partikel bervariasi dengan kecepatan dilaporkan oleh Bucherer pada tahun 1908 ketika ia mengamati bahwa perbandingan e/m untuk elektron lebih kecil untuk elektron yang bergerak cepat dibandingkan dengan elektron yang bergerak lambat [5].

1.12 Relasi Massa-Energi

Telah diketahui bahwa energi kinetik T dari benda bergerak adalah usaha yang dilakukan terhadap benda tersebut untuk bergerak dari keadaan diam [5]. Jadi,

$$T = \int_0^r F dr \quad (1.53)$$

dimana F adalah komponen gaya \mathbf{F} paralel terhadap arah perpindahan dr . Kuantitas r mewakili jarak dimana gaya beraksi.

Sekarang,

$$F = \frac{d(mv)}{dt}. \quad (1.54)$$

Oleh karena itu,

$$\begin{aligned} T &= \int_0^r \frac{d(mv)}{dt} dr \\ &= \int_0^{mv} v d(mv) \\ &= \int_0^v v d \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right). \end{aligned} \quad (1.55)$$

Integrasikan bagian demi bagian, kita peroleh

$$\begin{aligned} T &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 \int_0^v \frac{v dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0 c^2 \left[\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right]_0^v \\ &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 \\ &= mc^2 - m_0 c^2 \\ &= (\Delta m) c^2 \end{aligned} \quad (1.56)$$

dimana $\Delta m = m - m_0$.

Jadi, energi kinetik benda adalah sama dengan perkalian kenaikan massa dan kuadrat kecepatan cahaya.

Persamaan (1.56) dapat ditulis sebagai

$$mc^2 = T + m_0 c^2. \quad (1.57)$$

Jika kita sebut $mc^2 = E$, energi total benda, energi benda pada keadaan diam sama dengan $E_0 = m_0 c^2$. Kuantitas E_0 disebut energi (massa) diam benda. Oleh karena itu, persamaan (1.57) dapat ditulis sebagai

$$E = E_0 + T. \quad (1.58)$$

Pernyataan energi diam, $E_0 = mc^2$ menunjukkan bahwa massa adalah bentuk lain energi. Faktanya, konversi materi menjadi energi adalah sumber energi yang dilepaskan dalam seluruh reaksi eksotermal.

Karena massa dan energi dihubungkan satu sama lain, kita harus meninjau prinsip kekekalan massa dan energi. Massa dapat diciptakan atau dilenyapkan, asalkan sejumlah yang sama energi lenyap atau tercipta dan sebaliknya.

Pernyataan relativistik energi kinetik adalah

$$T = mc^2 - m_0c^2 \quad (1.59)$$

dan dapat direduksi ke pernyataan klasik, misal

$$T = \frac{1}{2}m_0v^2 \quad (1.60)$$

jika kita membuat v sangat kecil dibandingkan dengan c .

Penyederhanaan ini dilakukan sebagai berikut

$$\begin{aligned} T &= mc^2 - m_0c^2 \\ &= \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 \\ &= m_0c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} - m_0c^2 \\ &= m_0c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \dots\right) - m_0c^2 \\ &= \frac{1}{2}m_0v^2. \end{aligned} \quad (1.61)$$

Nampak bahwa seluruh formula relativitas mereduksi ke formula mekanika klasik terkait pada kecepatan rendah. Formula mekanika relativistik adalah pendekatan yang lebih akurat, sementara formula klasik adalah aproksimasi mekanika relativistik. Transisi dari relativistik ke mekanika klasik diperoleh ketika kita mengambil limit $\frac{v}{c} \rightarrow 0$.

Berikut adalah beberapa formula mekanika relativistik yang sering digunakan dalam fisika modern dan yang dapat diturunkan dengan menggunakan formula sebelumnya

untuk E, m dan T .

$$\begin{aligned}
 E &= \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}, \quad p = m_0 c \sqrt{\frac{1}{1 - v^2/c^2} - 1} \\
 T &= m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right] \\
 \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{1}{[1 + (T/m_0 c^2)]^2}} \\
 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} &= \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0^2 c^2}} = 1 + \frac{T}{m_0 c^2}.
 \end{aligned} \tag{1.62}$$

1.13 Gaya

Dalam Teori Relativitas Khusus, hukum kedua Newton tidaklah berlaku dalam bentuk $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, namun dinyatakan sebagai

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \tag{1.63}$$

dimana,

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \tag{1.64}$$

$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ adalah *faktor Lorentz*. Sehingga, gaya dinyatakan oleh

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= m \frac{d(\gamma \mathbf{v})}{dt} \\
 &= m \left(\frac{d\gamma}{dt} \mathbf{v} + \gamma \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right).
 \end{aligned} \tag{1.65}$$

Penurunan persamaan (1.65) memberikan

$$\mathbf{F} = \frac{\gamma^3 m v}{c^2} \frac{dv}{dt} \mathbf{v} + \gamma m \mathbf{a} \tag{1.66}$$

dengan mengambil dalam perhitungan identitas $v \frac{dv}{dt} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{a}$. Persamaan (1.66) dapat juga dinyatakan sebagai

$$\mathbf{F} = \frac{\gamma^3 m (\mathbf{v} \cdot \mathbf{a})}{c^2} \mathbf{v} + \gamma m \mathbf{a}. \tag{1.67}$$

Bab 2

Teori Relativitas Umum

Bibliografi

- [1] Wikipedia, *Special Relativity*, http://en.wikipedia.org/wiki/Special_relativity
- [2] Sandi Setiawan, *Kiprah dan Gelegar Teori Relativitas Einstein*, Andi Offset, Yogyakarta, 1992.
- [3] L.D. Landau and E. M. Lifshitz, *Teori Medan Klasik*, Alih Bahasa: Miftachul Hadi, <http://sivitas.lipi.go.id/mift001/>, 2008.
- [4] Jerry B. Marion, Stephen T. Thornton, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, Fourth Edition, Harcourt College Publishers, 1995.
- [5] R.G. Takwale, P.S. Puranik, *Introduction to Classical Mechanics*, Tata Mc Graw Hill Publishing, 1989.
- [6] P.A.M. Dirac, *Teori Relativitas Umum*, Alih Bahasa: Miftachul Hadi, <http://sivitas.lipi.go.id/mift001/>, 2005.
- [7] Bob Foster, *Terpadu Fisika SMU Jilid 3B*, Penerbit Erlangga, 2000.