

Apa itu Dualisme Partikel-Gelombang?

Miftachul Hadi

Applied Mathematics for Biophysics Group

Physics Research Centre, Indonesian Institute of Sciences (LIPI)

Kompleks Puspiptek, Serpong, Tangerang 15314, Banten, Indonesia

E-mail: itpm.indonesia@gmail.com

1 Juli 2009

Daftar Isi

1	Dualisme Partikel Gelombang	2
1.1	Pengantar	2
1.2	Radiasi Elektromagnetik	2
1.3	Radiasi Benda Hitam	4
1.4	Emisi Fotolistrik	6
1.5	Hamburan Radiasi oleh Elektron Bebas	7
1.6	Foton	10
1.7	Partikel dan Medan	11
1.8	Partikel dan Paket Gelombang	13
1.9	Prinsip Ketidakpastian Heisenberg untuk Posisi dan Momentum	14
1.10	Prinsip Ketidakpastian Heisenberg untuk Waktu dan Energi	15

Bab 1

Dualisme Partikel Gelombang

1.1 Pengantar

Salah satu tujuan utama fisika adalah menganalisa sifat-sifat komponen dasar materi dan proses yang terjadi diantara mereka sebagai hasil interaksi [1].

Komponen-komponen dasar ini disebut partikel fundamental atau partikel elementer mengelompok bersama-sama untuk membentuk nuklir, atom, dan molekul. Kelompok ini, pada gilirannya, bergabung membentuk materi dalam ukuran yang lebih besar. Meskipun gerak partikel fundamental mematuhi prinsip kekekalan momentum, momentum anguler, dan energi, analisa gerak ini memerlukan kerangka kerja yang berbeda dalam beberapa hal dengan mekanika klasik yang berlaku untuk benda-benda berukuran makroskopis. Teori dinamika yang berlaku untuk partikel elementer ini adalah *mekanika kuantum*.

1.2 Radiasi Elektromagnetik

Interaksi elektromagnetik antara dua partikel bermuatan dapat dideskripsikan dalam hubungannya dengan konsep medan listrik dan medan magnetik yang dihasilkan oleh muatan. Ketika partikel bermuatan pada keadaan diam relatif terhadap pengamat inersia, pengamat mengukur medan yang disebut *medan listrik* dari muatan. Akan

tetapi, jika muatan dalam keadaan bergerak relatif terhadap pengamat, pengamat mengamati medan yang berbeda, disebut *medan elektromagnetik* dari muatan. Satu komponen medan adalah medan listrik, sementara komponen medan lainnya adalah *medan magnetik*. Medan-medan demikian gayut pada kecepatan dan percepatan muatan relatif terhadap pengamat. Ketika partikel bermuatan bergerak melalui medan elektromagnetik yang dihasilkan oleh partikel lain yang bermuatan, maka partikel tersebut mengalami gaya yang diberikan oleh

$$\mathbf{F} = q(\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1.1)$$

dimana $\boldsymbol{\varepsilon}$ dan \mathbf{B} adalah medan listrik dan medan magnetik yang diukur oleh pengamat. Pengamat tersebut mengukur kecepatan partikel sebagai \mathbf{v} . Dalam cara ini kita dapat mendeskripsikan interaksi elektromagnetik partikel bermuatan dalam hubungannya dengan medan.

Energi diperlukan untuk menyediakan medan elektromagnetik. Energi per satuan volume medan elektromagnetik dalam vakum adalah

$$E = \frac{1}{2}\epsilon_0\boldsymbol{\varepsilon}^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2, \quad (1.2)$$

dimana ϵ_0 dan μ_0 adalah permitivitas dan permeabilitas vakum.

Energi medan elektromagnetik *statik*, yakni, medan yang tidak berubah terhadap waktu, tetap konstan. Namun, ketika medan adalah *gayut waktu*, energi elektromagnetik pada tiap-tiap titik berubah terhadap waktu. Variasi waktu dari medan elektromagnetik memunculkan *gelombang elektromagnetik* yang menjalar dengan kecepatan

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \approx 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}, \quad (1.3)$$

sama dengan kecepatan cahaya di ruang vakum. Kita dapat mengatakan bahwa gelombang elektromagnetik membawa energi medan elektromagnetik. Energi medan elektromagnetik ini yang dibawa oleh gelombang elektromagnetik kadang disebut *radiasi elektromagnetik*.

Karena muatan pada keadaan diam relatif terhadap pengamat menghasilkan medan statik, muatan tidak meradiasikan energi elektromagnetik. Juga, muatan yang bergerak lurus serba sama tidak meradiasikan energi elektromagnetik, karena energi total

medan elektromagnetiknya tetap konstan. Situasi yang sangat berbeda terjadi pada muatan yang bergerak dipercepat. Energi total medan elektromagnetik dari muatan yang bergerak dipercepat bervariasi terhadap waktu. Oleh karena itu, *muatan yang dipercepat meradiasikan energi elektromagnetik*.

1.3 Radiasi Benda Hitam

Tinjau sebuah rongga yang dindingnya pada temperatur tertentu. Atom-atom penyusun dinding mengemisikan radiasi elektromagnetik; pada waktu yang sama mereka juga menyerap radiasi yang diemisikan oleh atom-atom lain penyusun dinding. Medan radiasi elektromagnetik memenuhi keseluruhan dinding. Ketika radiasi "dijebak" dalam rongga mencapai keseimbangan dengan atom-atom penyusun dinding, sejumlah energi diemisikan oleh atom-atom per satuan waktu sama dengan jumlah energi yang diserap oleh atom-atom tersebut. Karenanya, ketika radiasi dalam rongga seimbang dengan dinding, rapat energi medan elektromagnetik adalah konstan. Eksperimen menunjukkan bahwa, pada keseimbangan, radiasi elektromagnetik yang terjebak memiliki distribusi energi yang terdefinisi baik; yakni, untuk tiap-tiap frekuensi terkait dengan rapat energi gayut semata-mata pada temperatur dinding dan tak gayut material penyusun dinding.

Rapat energi menghubungkan radiasi dengan frekuensi antara ν dan $\nu + d\nu$ ditulis $E(\nu)d\nu$, dimana $E(\nu)$ adalah rapat energi per satuan rentang frekuensi, terkadang disebut *rapat energi monokromatik*. Untuk tiap-tiap temperatur, rapat energi menunjukkan nilai maksimum pada frekuensi tertentu. Catat juga, frekuensi dimana rapat energi meningkat sebagaimana temperatur meningkat. Hal ini menjelaskan perubahan warna benda yang meradiasi sebagaimana temperaturnya berubah.

Jika lubang kecil dibuka di salah satu dinding rongga, radiasi keluar. Lubang nampak sangat terang ketika benda pada temperatur tinggi dan intensitas radiasi dalam rongga adalah tinggi. Lubang nampak gelap pada temperatur rendah, ketika intensitas radiasi dapat diabaikan dalam daerah spektrum tampak. Karena alasan tersebut,

radiasi yang keluar dari rongga disebut *radiasi benda hitam*.

Pertanyaan mekanisme yang menyebabkan atom dapat meradiasi sehingga menghasilkan distribusi energi yang teramati dari radiasi benda hitam memandu kelahiran fisika kuantum. Fisikawan Jerman Max Planck menyarankan, sekitar tahun 1900, bahwa jika radiasi dalam rongga berada dalam keseimbangan dengan atom-atom penyusun dinding, seharusnya terdapat hubungan antara distribusi energi radiasi dan energi atom dalam rongga. Sebagai model atom-atom yang meradiasi, Planck mengasumsikan bahwa atom-atom berperilaku sebagai osilator harmonis, dan masing-masing atom berosi-lasi dengan frekuensi ν . Planck menyarankan bahwa, *tiap-tiap osilator dapat menyerap atau mengemisikan energi radiasi hanya dalam jumlah yang sebanding dengan frekuensinya, ν* .

Teori elektromagnetik klasik sebagaimana dinyatakan oleh persamaan Maxwell memperkenankan emisi atau penyerapan energi secara kontinyu. Diberikan E , energi yang diserap atau diemisikan dalam proses interaksi tunggal osilator dengan radiasi elektromagnetik, asumsi Planck menyatakan bahwa

$$E = h\nu, \tag{1.4}$$

dimana h adalah konstanta kesebandingan yang diasumsikan bernilai sama untuk seluruh osilator. Karenanya, ketika osilator menyerap atau mengemisikan radiasi elektromagnetik, energinya meningkat atau menurun sejumlah $h\nu$. Persamaan (??) kemudian mengimplikasikan bahwa, *energi osilator atomik terkuantisasi*. Yakni, energi osilator dengan frekuensi ν dapat mencapai hanya nilai-nilai tertentu, yakni (asumsikan bahwa energi minimum osilator adalah nol) $0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots$. Jadi, secara umum, nilai yang mungkin dari energi osilator dengan frekuensi ν adalah

$$E_n = nh\nu, \tag{1.5}$$

dimana n adalah integer positif.

1.4 Emisi Fotolistrik

Pada tahun 1887, selagi menyelidik pelucutan listrik antara dua elektroda sebagai sumber gelombang elektromagnetik, Heinrich Hertz mengamati bahwa intensitas pelucutan listrik meningkat ketika elektroda diterangi (diiluminasi) dengan cahaya ultraviolet. Efek ini menyarankan bahwa elektron diemisikan dari permukaan elektroda yang diiluminasi. Setahun kemudian, Wilhelm Hallwachs mengamati terjadinya emisi elektron ketika Hallwachs mengiluminasi permukaan logam tertentu semisal seng, rubidium, potassium dan sodium. Proses dimana elektron dilepaskan dari material dalam aksi radiasi disebut *efek fotolistrik* atau *emisi fotolistrik*.

Elektron yang diemisikan disebut *fotoelektron*, dinamai demikian disebabkan oleh metode produksi elektron tersebut memerlukan cahaya (foto). Emisi elektron meningkat dengan kenaikan intensitas radiasi cahaya yang menjerumahi permukaan logam, karena lebih banyak energi yang tersedia untuk melepaskan elektron. Namun, kegayutan emisi elektron terhadap frekuensi radiasi cahaya datang juga teramati. Hal ini berarti bahwa untuk tiap-tiap bahan terdapat frekuensi minimum, atau ambang, ν_0 radiasi elektromagnetik sehingga, tak peduli seberapa intensif radiasi yang mungkin, tak ada fotoelektron yang dihasilkan untuk radiasi dengan frekuensi lebih kecil daripada ν_0 . *Arus fotolistrik* adalah fungsi frekuensi radiasi elektromagnetik datang.

Dalam logam terdapat elektron yang bebas bergerak melalui kisi kristal. Elektron-elektron ini tidak melepaskan diri dari logam pada temperatur normal, karena mereka tidak memiliki cukup energi untuk mengatasi energi potensial coulomb pada permukaan logam. Salah satu cara untuk menaikkan energi elektron adalah dengan cara memanaskan logam. Elektron yang "diuapkan" disebut *termoelektron*. Termoelektron adalah jenis emisi elektron yang ada dalam tabung elektron. Namun, sebagaimana eksperimen Hertz dan Hallwachs tunjukkan, cara lain untuk melepaskan elektron dari logam adalah membuat mungkin bagi elektron untuk menyerap energi dari radiasi elektromagnetik. Marilah kita misalkan energi yang diperlukan oleh elektron untuk melepaskan diri dari logam adalah ϕ , dimana elektron menyerap energi E . Maka, perbedaan $E - \phi$ akan muncul sebagai energi kinetik E_k dari elektron yang lepas.

Karenanya, kita dapat menulis

$$E_k = E - \phi. \quad (1.6)$$

Dengan jelas, jika E lebih kecil daripada ϕ maka tak ada emisi elektron yang dihasilkan.

Pada tahun 1905, Albert Einstein mengajukan penjelasan untuk kegayutan emisi fotolistrik terhadap frekuensi radiasi. Einstein menyarankan bahwa, elektron bebas yang berinteraksi dengan radiasi elektromagnetik, berperilaku sama dengan yang Planck ajukan untuk osilator atomik dalam hubungannya dengan radiasi benda hitam. Jadi, menurut persamaan (1.4), energi E yang diserap oleh elektron dalam proses interaksinya dengan radiasi elektromagnetik berfrekuensi ν adalah $E = h\nu$. Oleh karena itu, kita dapat menulis persamaan (1.6) sebagai

$$E_k = h\nu - \phi. \quad (1.7)$$

Tidak semua elektron memerlukan energi yang sama, ϕ , untuk melepaskan diri dari logam. Kita sebut nilai minimum energi, ϕ_0 , sebagai *fungsi kerja* dari logam. Energi kinetik maksimum elektron yang melepaskan diri dari logam adalah

$$E_{k,\text{maks}} = h\nu - \phi_0. \quad (1.8)$$

Dari persamaan (1.8) kita melihat bahwa, pada frekuensi ν_0 dimana

$$h\nu_0 - \phi_0 = 0 \quad \text{atau} \quad \nu_0 = \phi_0/h, \quad (1.9)$$

energi kinetik maksimum elektron adalah nol. Oleh karena itu, ν_0 adalah frekuensi ambang atau frekuensi minimum dimana terdapat emisi fotolistrik. Untuk frekuensi lebih kecil dari ν_0 , sehingga $h\nu < \phi_0$, tak ada emisi elektron, karena elektron tak dapat menyerap cukup energi untuk melarikan diri dari logam, tak peduli nilai intensitas radiasi. Jadi, proposal Einstein sangatlah bagus untuk menjelaskan kegayutan yang teramati dari efek fotolistrik terhadap frekuensi radiasi.

1.5 Hamburan Radiasi oleh Elektron Bebas

Sebegitu jauh kita telah meninjau hanya *energi* terkait dengan radiasi elektromagnetik. Padahal, gelombang elektromagnetik juga membawa *momentum* sebagai tamba-

han terhadap energi. Catat bahwa radiasi elektromagnetik menjalar dengan kecepatan c . Dari persamaan Maxwell dapat ditunjukkan hubungan antara energi dan momentum untuk gelombang elektromagnetik sebagai

$$E = cp. \quad (1.10)$$

Namun, Teori Relativitas Khusus menyatakan bahwa, energi partikel yang memiliki massa diam m_0 dan momentum p adalah

$$E = c\sqrt{m_0^2c^2 + p^2} \quad (1.11)$$

Persamaan (1.11) identik dengan persamaan (1.10) ketika $m_0 = 0$. Karenanya, kita dapat menyimpulkan bahwa hubungan antara energi dan momentum adalah sama untuk gelombang elektromagnetik sebagaimana untuk partikel bermassa diam nol.

Ketika gelombang elektromagnetik diemisikan, diserap atau dihamburkan, energi dan momentum dipertukarkan oleh partikel, bertanggung jawab terhadap proses interaksi. Oleh karena itu, dalam analisa interaksi proses antara radiasi elektromagnetik dengan partikel bermuatan berlaku hukum kekekalan energi dan hukum kekekalan momentum.

Hasil ini memiliki persoalan tertentu ketika kita meninjau interaksi gelombang elektromagnetik dengan partikel bebas bermuatan, misal, elektron bebas. Sebagai contoh, jika elektron menyerap energi E dari gelombang elektromagnetik, maka elektron harus juga menyerap momentum $p = E/c$. Jika kita asumsikan bahwa elektron bebas pada awalnya terhadap keadaan diam dalam kerangka acuan pengamat, maka energi yang diserap menjadi energi kinetik elektron. Energi kinetik elektron dihubungkan dengan momentumnya p_e oleh hubungan

$$E_k = c\sqrt{m_e^2c^2 + p_e^2} - m_e c^2. \quad (1.12)$$

Hubungan (1.12) ini tak sesuai dengan $p_e = E/c$ dan $E_k = E$, sebagaimana dipersyaratkan oleh hukum kekekalan energi dan hukum kekekalan momentum. Sehingga, elektron bebas tak dapat berinteraksi dengan gelombang elektromagnetik tanpa melanggar hukum kekekalan momentum atau hukum kekekalan energi.

Mengapa saat kita membahas efek fotolistrik, kita tidak menyoal interaksi gelombang elektromagnetik dengan partikel bermuatan? Alasannya adalah, dalam kasus elektron terikat dalam atom, atau zat padat, energi dan momentum terserap dibagi antara elektron dan atom, molekul atau kisi zat padat dimana elektron digandeng. Dalam keadaan demikian, dimungkinkan untuk memecah energi dan momentum dalam proporsi yang benar sehingga kuantitas energi dan momentum kekal. Namun, atom, molekul atau zat padat, yang masing-masing memiliki massa jauh lebih besar dibandingkan dengan elektron, membawa hanya sebagian kecil energi yang tersedia, begitu kecil sehingga energi itu biasanya tidak diperhitungkan. Dalam kasus elektron bebas, karena tak ada partikel lain yang dengannya elektron membagi energi dan momentum, maka tak ada penyerapan atau hamburan yang mungkin tanpa melanggar hukum kekekalan energi dan hukum kekekalan momentum.

Eksperimen menyatakan hal yang berbeda. Ketika kita menganalisa radiasi elektromagnetik yang melewati daerah dimana elektron bebas berada, kita amati bahwa, sebagai tambahan terhadap radiasi datang, terdapat radiasi lain yang memiliki frekuensi berbeda. Radiasi baru ini ditafsirkan sebagai radiasi yang dihamburkan oleh elektron bebas. Frekuensi radiasi terhambur lebih kecil dibandingkan dengan frekuensi radiasi datang, dan panjang gelombang radiasi terhambur lebih besar dibandingkan dengan panjang gelombang radiasi datang. Panjang gelombang radiasi terhambur gayut pada arah hamburan. Fenomena penting ini disebut *efek Compton*, setelah fisikawan Amerika A. H. Compton yang pertama kali mengamati dan menganalisa peristiwa ini pada awal tahun 1920-an.

Diberikan bahwa λ adalah panjang gelombang radiasi datang dan λ' adalah panjang gelombang radiasi hamburan, Compton menemukan bahwa $\lambda' - \lambda$ hanya ditentukan oleh arah hamburan. Yakni, jika θ adalah sudut antara arah gelombang datang dan arah gelombang hambur, maka panjang gelombang radiasi terhambur λ' ditentukan, dalam hal sudut hamburan θ , oleh hubungan eksperimental

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos \theta), \quad (1.13)$$

dimana λ_C adalah konstanta, yang memiliki nilai $\lambda_C = 2,4262 \times 10^{-12}$ meter, yang

disebut *panjang gelombang Compton untuk elektron*.

1.6 Foton

Penjelasan efek Compton mesti dianalisa secara hati-hati. Marilah kita kembali menyatakan asumsi-asumsi:

- a Hamburan radiasi elektromagnetik oleh elektron bebas dapat ditinjau sebagai tumbukan antara elektron dan partikel bermassa diam nol.
- b Radiasi elektromagnetik memerankan sebagai partikel bermassa diam nol, yang kita sebut *foton*.
- c Energi dan momentum partikel bermassa diam nol (atau foton) dikaitkan dengan frekuensi dan panjang gelombang radiasi elektromagnetik oleh

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda. \quad (1.14)$$

Hubungan kedua adalah dikarenakan fakta bahwa $p = E/c = h\nu/c$ dan $\nu/c = 1/\lambda$. Kita dapat memvisualisasi efek Compton sebagai tumbukan antara foton datang dengan elektron bebas. Di sini, foton memiliki frekuensi ν menumbuk elektron pada keadaan diam, memindahkan energi dan momentum tertentu ke elektron tersebut. Sebagai hasil interaksi, foton terhambur memiliki energi lebih kecil, dan frekuensi terkait, ν' yang lebih kecil.. Elektron, setelah hamburan, memiliki momentum sama dengan perbedaan antara momentum foton datang dan foton terhambur. Kita dapat membuktikan fakta ini secara eksperimental.

Apa makna fisis konsep foton dan pendefinisian hubungan (1.14)?

Tinjau efek Compton, kita dapat menafsirkan energi foton $E = h\nu$ dan momentum $p = h/\lambda$ sebagai energi dan momentum yang diserap oleh elektron bebas dari gelombang elektromagnetik datang. Energi foton $E' = h\nu'$ dan momentum $p' = h/\lambda'$ adalah energi dan momentum yang diemisikan kembali oleh elektron. Kita dapat meninjau efek Compton terjadi dalam dua tahap: pertama, foton berenergi $h\nu$ diserap oleh elektron,

dan setelah itu elektron mengemisikan foton dengan energi $h\nu'$. Elektron memperoleh energi kinetik $E_k = E - E'$ dan momentum $\mathbf{p}_e = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$, yang dihubungkan oleh

$$E_k = c\sqrt{m_0^2c^2 + p_e^2} - m_0c^2, \quad (1.15)$$

sebagaimana diperlukan oleh hukum kekekalan energi dan hukum kekekalan momentum.

Pada basis penafsiran efek Compton, bersama-sama dengan radiasi benda hitam dan efek fotolistrik, kita dapat menyimpulkan bahwa foton adalah "kuantum" energi dan momentum elektromagnetik yang diemisikan atau diserap dalam proses interaksi antara partikel bermuatan dan radiasi elektromagnetik. Oleh karena itu, kita dapat menyatakan prinsip berikut: *ketika gelombang elektromagnetik berinteraksi dengan partikel bermuatan, sejumlah energi dan momentum yang dipertukarkan dalam proses interaksi berkaitan dengan foton.*

Dengan kata lain, *interaksi elektromagnetik dapat digambarkan sebagai hasil pertukaran foton antara partikel-partikel bermuatan yang berinteraksi.* Prinsip tersebut adalah salah satu hukum fundamental dalam fisika.

1.7 Partikel dan Medan

Pengalaman kita mengatakan bahwa objek yang kita sentuh atau lihat memiliki bentuk dan ukuran yang terdefinisi dengan baik, terlokalisasi dalam ruang. Oleh karena itu, kita menjadi cenderung untuk mengekstrapolasi dan meninjau partikel fundamental (elektron, partikel subnuklir, dst) memiliki bentuk dan ukuran. Kita juga cenderung membayangkan bahwa partikel fundamental seperti bola-bola kecil dengan jari-jari karakteristik, sebagaimana massa dan muatan. Ekstrapolasi ini adalah ekstrapolasi diluar pengalaman langsung kita dan kita mesti menganalisisnya dengan cermat sebelum kita menerimanya.

Perilaku dinamika partikel elementer memerlukan bahwa kita mengaitkan masing-masing partikel elementer dengan *medan*, lebih tepatnya *medan materi*, dalam cara

yang sama, kita mengaitkan foton (yang ekuivalen dengan partikel) dengan medan elektromagnetik. Medan materi ini mendeskripsikan kondisi dinamis partikel dalam cara yang sama bahwa medan elektromagnetik terkait dengan foton yang memiliki momentum dan energi yang presisi.

Tulis persamaan (1.14) secara terbalik, kita asumsikan bahwa panjang gelombang λ dan frekuensi ν medan monokromatik terkait dengan momentum partikel p dan energi E diberikan oleh

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad \nu = \frac{E}{h}, \quad (1.16)$$

dimana, h adalah konstanta Planck. Hubungan ini pertama kali diajukan pada tahun 1924 oleh Fisikawan Perancis, Louis de Broglie, dan karena alasan itu, $\lambda = h/p$ seringkali disebut *panjang gelombang de Broglie untuk partikel*.

Kita dapat menuliskan hubungan (1.16) dalam bentuk yang lebih simetris dengan mengenalkan bilangan gelombang $k = 2\pi/\lambda$ dan frekuensi anguler $\omega = 2\pi\nu$, sehingga

$$p = \frac{h}{2\pi}k, \quad E = \frac{h}{2\pi}\omega, \quad (1.17)$$

atau, definisikan konstanta baru yang disingkat \hbar dan disebut *h-bar*,

$$\hbar = h/2\pi = 1,0544 \times 10^{-34} Js \quad (1.18)$$

kita memiliki

$$p = \hbar k, \quad E = \hbar \omega. \quad (1.19)$$

Jika asumsi kita, sebagaimana dinyatakan oleh persamaan (1.16) atau (1.19) adalah benar, kita dapat berharap bahwa kapan pun gerak partikel diganggu sehingga medan materi terkait tak dapat menjalar bebas, maka fenomena interferensi dan difraksi seharusnya teramati, sebagaimana dalam kasus gelombang elastis dan gelombang elektromagnetik. Hal ini sungguh-sungguh terjadi.

Berapa panjang gelombang de Broglie dari "partikel" elektron?

Elektron yang dipercepat oleh potensial listrik V memperoleh energi eV ; karenanya energi kinetiknya adalah $p^2/2m_e = eV$ sehingga $p = \sqrt{2m_e eV}$. Oleh karena itu, dengan

memperkenalkan nilai e , m_e dan h , kita memperoleh panjang gelombang de Broglie elektron sebagai

$$\lambda = h/\sqrt{2m_e eV} = 1,23 \times 10^{-19}/\sqrt{V} \text{ meter} \quad (1.20)$$

dimana V dinyatakan dalam volt.

1.8 Partikel dan Paket Gelombang

Gunakan persamaan (1.16) kita dapat mewakili medan materi terkait yang bebas bergerak dengan momentum terdefinisi baik p dan energi $E = p^2/2m$ dengan *gelombang harmonis* yang memiliki amplitudo konstan. Simetri mensyaratkan bahwa amplitudo gelombang adalah sama di seluruh ruang, karena tak ada gaya yang beraksi pada partikel yang dapat lebih menyimpangkan medan materi terkait dalam suatu daerah dalam ruang dibandingkan daerah lain dalam ruang. *Kecepatan fase* dari medan partikel bebas adalah

$$v_p = \lambda\nu = \frac{h E}{p h} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m} = \frac{1}{2}v. \quad (1.21)$$

yakni, kecepatan fase medan materi adalah setengah kecepatan partikel. Hal ini tidak memiliki konsekuensi eksperimen, karena kita tak dapat mengukur kecepatan fase gelombang harmonis murni secara langsung. Kita hanya dapat mengukur *kecepatan grup* gelombang. Fakta bahwa amplitudo medan materi adalah sama di seluruh ruang menyarankan bahwa medan materi partikel bebas tidak memberi informasi tentang lokalisasi dalam ruang dari partikel bebas yang memiliki momentum terdefinisi baik. Dalam kata lain, medan materi tak gayut posisi partikel, dan suatu pengamatan medan dengan beberapa metode tidak akan mengungkapkan posisi partikel.

Dari intuisi fisis dan pengetahuan kita terhadap medan dan gelombang, kita mengetahui bahwa partikel terlokalisasi dalam daerah ruang tertentu Δx seharusnya berhubungan dengan medan materi yang amplitudo atau intensitasnya adalah bernilai besar dalam daerah tersebut dan bernilai sangat kecil di luar daerah tersebut. Suatu medan materi dapat dibangun dalam daerah tertentu dan disusutkan di luar daerah tersebut melalui proses interferensi, dengan cara mensuperposisikan gelombang-gelombang

yang memiliki frekuensi dan panjang gelombang berbeda. sehingga terbentuk *paket gelombang*. Kecepatan menjalar paket gelombang adalah kecepatan grup v_g , yakni $v_g = d\omega/dk$. Gunakan hubungan (1.19) dan $E = p^2/2m$, kita dapat menulis ulang kecepatan grup medan materi berhubungan dengan partikel bebas sebagai

$$v_g = dE/dp = p/m = v. \quad (1.22)$$

Kita menyimpulkan bahwa partikel yang terlokalisasi dalam daerah tertentu dalam ruang dihubungkan dengan medan materi atau paket gelombang yang nilai amplitudonya menjadi signifikan hanya dalam daerah tersebut; kecepatan partikel adalah kecepatan grup medan materi atau paket gelombang.

1.9 Prinsip Ketidakpastian Heisenberg untuk Posisi dan Momentum

Sekarang kita menemukan situasi khusus yang tidak dapat dijelaskan oleh mekanika klasik. Untuk paket gelombang yang terlokalisasi dalam ruang, adalah perlu untuk mensuperposisikan beberapa medan materi yang memiliki panjang gelombang berbeda λ (atau bilangan gelombang k berbeda). Jika paket gelombang diperluas pada daerah Δx , nilai bilangan gelombang dari gelombang-gelombang yang berinterferensi menyusun paket gelombang dan memiliki amplitudo yang nilainya terletak di dalam jangkauan Δk , maka menurut analisa Fourier,

$$\Delta x \Delta k \approx 2\pi. \quad (1.23)$$

Namun, menurut persamaan (1.16) atau (1.19), panjang gelombang λ atau bilangan gelombang k berbeda berarti bahwa terdapat beberapa nilai p sehingga $\Delta p = \hbar \Delta k$. Oleh karena itu, ketika kita meninjau ulang bahwa $h = 2\pi\hbar$, pernyataan di atas menjadi

$$\Delta x \Delta p \approx h. \quad (1.24)$$

Makna fisis dari persamaan di atas adalah sebagai berikut: jika sebuah partikel berada dalam daerah $x - \frac{1}{2}\Delta x$ dan $x + \frac{1}{2}\Delta x$ (yakni, Δx adalah ketidakpastian posisi

partikel), medan materi terkait diwakili oleh superposisi gelombang-gelombang yang memiliki momentum antara $p - \frac{1}{2}\Delta p$ dan $p + \frac{1}{2}\Delta p$, dimana Δp terkait dengan Δx oleh hubungan (1.24). Kita katakan bahwa Δp adalah ketidakpastian momentum partikel. Hubungan (1.24) mengimplikasikan bahwa lebih besar Δx maka lebih kecil Δp , dan sebaliknya. Semakin presisi pengetahuan kita tentang posisi partikel maka semakin tak presisi pengetahuan kita tentang momentumnya, dan sebaliknya. Hal ini adalah alasan mengapa partikel yang memiliki momentum terdefinisi baik ($\Delta p = 0$) diwakili oleh gelombang dengan amplitudo konstan di seluruh ruang ($\Delta x \approx \infty$), sehingga pengetahuan kita tentang posisi adalah nol.

Kita tak dapat menentukan posisi dan momentum partikel secara serempak sehingga $\Delta x = 0$ dan $\Delta p = 0$ pada waktu bersamaan. Hubungan (1.24) memberikan hubungan optimum antara ketidakpastian Δx dan Δp dalam posisi x dan momentum p partikel. Dalam kebanyakan kasus x dan p diketahui dengan akurasi lebih rendah, sehingga kita menulis sebagai ganti (1.24), pernyataan yang lebih umum

$$\Delta x \Delta p \geq h. \quad (1.25)$$

Hasil yang dinyatakan oleh hubungan (1.24) disebut *Prinsip Ketidakpastian Heisenberg*, yang dapat dinyatakan dalam kata-kata sebagai berikut: *adalah tidak mungkin untuk mengetahui secara serempak dan dengan kepastian kedua posisi dan momentum partikel.*

1.10 Prinsip Ketidakpastian Heisenberg untuk Waktu dan Energi

Sebagai tambahan hubungan ketidakpastian $\Delta x \Delta p \approx h$ antara posisi dan momentum terkait partikel yang bergerak, terdapat hubungan ketidakpastian antara waktu dan energi. Anggaplah bahwa kita hendak mengukur, tak hanya energi partikel namun juga waktu, yakni saat partikel memiliki energi demikian. Jika Δt dan ΔE adalah ketidakpastian nilai kuantitas-kuantitas ini, hubungan berikut berlaku,

$$\Delta t \Delta E \approx h. \quad (1.26)$$

Kita dapat memahami hubungan di atas dalam cara berikut. Jika kita hendak mendefinisikan waktu, saat partikel melewati titik tertentu, kita mewakili partikel dengan pulsa atau paket gelombang yang memiliki durasi sangat pendek Δt . Pulsa atau paket gelombang demikian demikian diperoleh dengan cara mensuperposisikan medan partikel yang memiliki frekuensi berbeda, dengan amplitudo yang nilainya signifikan hanya dalam jangkauan frekuensi $\Delta\omega$. Jangkauan frekuensi $\Delta\omega$ tersebut dipusatkan di sekitar frekuensi ω dan sehingga, menurut analisa Fourier,

$$\Delta t \Delta\omega \approx 2\pi. \quad (1.27)$$

Kalikan (1.27) dengan \hbar dan tinjau ulang (1.19) dimana $E = \hbar\omega$ dan $2\pi\hbar = h$, kita memperoleh hubungan (1.26). Hubungan (1.26) memberi hubungan optimum antara ketidakpastian Δt dan ΔE . Dalam kebanyakan kasus, t dan E diketahui dengan akurasi yang kurang, sehingga kita menulis sebagai ganti (1.26) pernyataan yang lebih umum,

$$\Delta t \Delta E \geq h. \quad (1.28)$$

Bibliografi

- [1] Marcelo Alonso, Edward J. Finn, *University Physics Volume III: Quantum and Statistical Physics*, Addison-Wesley, 1980.